

Effiziente Algorithmen

Sommersemester 2019

Prof. Dr. Martin Hoefler
Daniel Schmand
Martin Ludwig, Conrad Schecker

Übung 4

Ausgabe: 07.05.2019
Abgabe: 14.05.2019, 10:15

Aufgabe 4.1. (6 Punkte)

Betrachte folgende Variante der Skip-Listen aus der Vorlesung: Jeder Schlüssel in Ebene L_i hat eine Kopie in Ebene L_{i+1} mit Wahrscheinlichkeit p . In der Vorlesung wurde eine obere Schranke an die erwartete Laufzeit von LOOKUP() von $4 \log_2 n + 1$ für den Fall $p = 1/2$ gezeigt. Verallgemeinere diese Schranke für alle $0 < p < 1$.

Aufgabe 4.2. (6 Punkte)

Zeige, dass jeder (Multi-)Graph höchstens $\binom{n}{2}$ verschiedene MinCuts besitzt. (Hinweis: Benutze den Beweis zum randomisierten MinCut Algorithmus aus der Vorlesung und die Eigenschaft, dass sich Wahrscheinlichkeiten höchstens zu 1 addieren.)

Aufgabe 4.3. (6 Punkte)

Entwickle eine Datenstruktur für den randomisierten MinCut Algorithmus. Die Datenstruktur soll für eine gegebene Kante eine Kontraktion von den beiden Endknoten in $\mathcal{O}(n)$ erlauben, wobei n die Anzahl der Knoten im ursprünglichen Multigraphen ist. Außerdem soll am Ende der Durchführung des randomisierten MinCut Algorithmus der MinCut in $\mathcal{O}(n)$ Schritten ausgegeben werden können. Beschreibe die Datenstruktur, erkläre dabei wie genau die Kontraktion abgebildet wird und wie am Ende der MinCut berechnet/ausgegeben werden kann. Gehe dabei auch darauf ein, warum die Laufzeiten durch $\mathcal{O}(n)$ beschränkt werden können.