

## Übungsblatt 12

Ausgabe: 31.01.2024

Abgabe: —

Dieses Übungsblatt wird in der Vorlesung am 06.02. besprochen. Eine Abgabe erfolgt nicht. Die Aufgaben können nicht vorgerechnet werden. Bitte bereiten Sie eine Lösung vor.

### Aufgabe 12.1 NFAs und Potenzmengenkonstruktion

a) Sei  $N$  der rechts abgebildete NFA über dem Alphabet  $\Sigma := \{a, b\}$ .

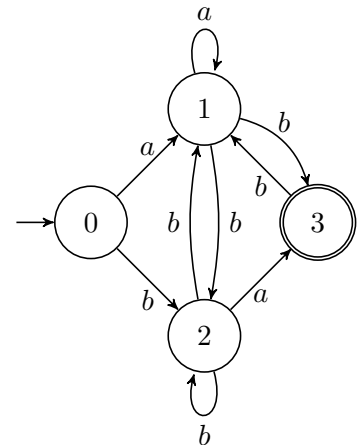
i) Welche der folgenden Wörter liegen in  $L(N)$ , welche nicht? Begründen Sie kurz.

$$w_1 := bbb$$

$$w_3 := abbbab$$

$$w_2 := abab$$

$$w_4 := baba$$



ii) Konstruieren Sie mittels Potenzmengenkonstruktion einen DFA  $D$ , der dieselbe Sprache wie  $N$  akzeptiert.

Berücksichtigen Sie in  $D$  nur Zustände, die vom Startzustand von  $D$  aus erreichbar sind.

b) Sei  $L$  die Sprache der Wörter über dem Alphabet  $\{a, b\}$ , deren erstes, zweites oder drittes Symbol gleich dem letzten Symbol ist. Konstruieren Sie einen NFA für die Sprache  $L$ .

### Aufgabe 12.2 Reguläre Ausdrücke

a) Gegeben seien die regulären Ausdrücke

$$R_1 := ((aaa)^* | (bb)^*)^*$$

$$R_2 := (aa|ab|ba)(a|b)^*|a|b|\varepsilon \text{ und}$$

$$R_3 := (b|ab^*a)^*|(a|ba^*b)^*$$

i) Welche der folgenden Wörter liegen in  $L(R_1)$ ,  $L(R_2)$  bzw.  $L(R_3)$ , welche nicht?

$$w_1 := aabb$$

$$w_2 := bbaaabb$$

$$w_3 := ababab$$

ii) Beschreiben Sie die Sprachen  $L(R_1)$ ,  $L(R_2)$  und  $L(R_3)$  umgangssprachlich.

b) Geben Sie für die folgenden Sprachen je einen (möglichst kurzen) regulären Ausdruck an, der die Sprache beschreibt.

i)  $L_1 := \{w \in \{a, b\}^* : w \text{ enthält genau ein } a\}$

ii)  $L_2 := \{w \in \{0, 1\}^* : w \text{ enthält weder das Teilwort } 01 \text{ noch das Teilwort } 10\}$

iii)  $L_3 := \{w \in \{a, b\}^* : w \text{ enthält nicht das Teilwort } bab\}$

iv)  $L_4 := \{w \in \{a, b\}^* : w \text{ enthält mindestens ein } a \text{ und ein } b.\}$

Sie müssen Ihre Antworten nicht begründen.

**Bitte wenden!**

### Aufgabe 12.3 Kontextfreie Grammatiken

a) Sei  $G := (\Sigma, V, S, P)$  die kontextfreie Grammatik mit  $\Sigma := \{a, b, c\}$ ,  $V := \{S, T\}$  und

$$P := \{ S \rightarrow aScc \mid T \\ T \rightarrow bT \mid \varepsilon \}.$$

Beschreiben Sie die Sprache  $L(G)$  umgangssprachlich oder mathematisch.

b) Gegeben sei die Sprache

$$L_1 := \{a^m b^n : m, n \in \mathbb{N}, n \leq 2m\}.$$

Konstruieren Sie eine kontextfreie Grammatik  $G_1 := (\Sigma, V, S, P)$  mit  $L(G_1) = L_1$ . Sie müssen Ihre Antwort nicht begründen.

c) Gegeben sei die Sprache

$$L_2 := \{w \in \{0, 1\}^* : \text{für jedes Präfix } v \text{ von } w \text{ gilt: es gibt nicht mehr Nullen als Einsen in } v\}.$$

Konstruieren Sie eine kontextfreie Grammatik  $G_2 := (\Sigma, V, S, P)$  mit  $L(G_2) = L_2$ . Begründen Sie kurz die Korrektheit Ihrer Grammatik.

*Hinweis:* Die Präfixe eines Wortes  $w_1 w_2 \dots w_n \in \{0, 1\}^n$  sind alle Worte  $w_1 \dots w_i$  mit  $0 \leq i \leq n$ .