Diskrete Modellierung

Wintersemester 2023/24

Prof. Dr. Martin Hoefer
Tim Koglin, Conrad Schecker

GOETHE UNIVERSITÄT FRANKFURT AM MAIN
Institut für Informatik
Algorithmen und Komplexität

Übungsblatt 0

Ausgabe: 16.10.2023
Abgabe: Entfällt

Bei diesem Übungsblatt handelt es sich um eine **Präsenzübung**. Eine Abgabe erfolgt nicht. Die Aufgaben werden in den ersten Übungsgruppen in der dritten Vorlesungswoche (30.10. - 03.11.) besprochen. Bitte bereiten Sie eine Lösung vor.

Um einer Übungsgruppe zugewiesen zu werden, müssen Sie bis spätestens **Donnerstag, den 19. Oktober 2023** um **23:55 Uhr** Ihre Terminpräferenzen im AUGE-System angegeben haben. Weitere Informationen finden Sie auf der Webseite zur Veranstaltung.

Aufgabe 0.1. *Rechnen mit Indizes*

Gegeben seien die Mengen $M_0 := \{1,2,3\}$, $M_1 := \{2,4,6\}$, $M_2 := \{3,5,7\}$ und $M_3 := \{1,2,3,4,5\}$. Bestimmen Sie die folgenden Mengen in extensionaler (expliziter) Schreibweise.

a) $\bigcup_{j=0}^{2} M_{j+1}$

b) $\bigcup_{k=1}^{2} \left(\bigcap_{\ell=2}^{3} (M_k \setminus M_\ell) \right)$

c) $\left(\bigcap_{i=3}^{4} M_{i-1} \right) \Big\backslash \left(\bigcap_{j \in M_0} M_j \right)$

Aufgabe 0.2. *Mathematische und umgangssprachliche Mengenbeschreibungen*

a) Beschreiben Sie die folgenden Mengen umgangssprachlich.

   i) $\{n \,:\, n/2 \in \mathbb{N},\, n > 9\}$

   ii) $\{z^2 \,:\, z \in \mathbb{Z}\}$

   iii) $\{2^n \,:\, n \in \mathbb{N}\}$

b) Geben Sie die folgenden Mengen in intensionaler (impliziter) Form, also wie in a), an.

   i) Die Menge aller durch fünf teilbaren natürlichen Zahlen.

   ii) Die Menge aller reellen Zahlen, die eine Lösung der Ungleichung $x^2 < 1$ sind.

Aufgabe 0.3. *Beziehungen zwischen Mengen*

Begründen Sie, welche der folgenden Aussagen richtig und welche falsch sind.

a) $\emptyset \subseteq \mathbb{R}$

b) $\{1,2,3\} \cap \emptyset = \{3,2,1\}$

c) $\{1\} \in \{1,\{2\}\}$

d) $\{\emptyset\} \subsetneq \{1,\emptyset\}$

e) $\{1\} \neq \{1,\{\emptyset\}\}$

f) $\{\{\emptyset\}\} \supsetneq \emptyset$

Aufgabe 0.4. *Mengengleichheit*

Geben Sie an, welche der folgenden Gleichungen für beliebige Mengen A, B und C korrekt sind und welche nicht. Beweisen Sie jeweils die Korrektheit oder geben Sie ein Gegenbeispiel an.

a) $A \setminus B = B \setminus A$

b) $(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \cap C)$

c) $(A \setminus B) \cup (B \setminus A) = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$

Kontakt: Tim Koglin, Conrad Schecker (`dismod23@cs.uni-frankfurt.de`).