

Übungsblatt 1

Ausgabe: 05.11.2020
Abgabe: 12.11.2020, **8:00**

- Bis spätestens Samstag, 07.11.2020 erhalten Sie eine E-Mail mit der **Ihnen zugeteilten Übungsgruppe** und einem **Abgabelink**, über den Sie das gesamte Semester Übungsblätter abgeben können. Die E-Mail wird an Ihre HRZ-Mailadresse ...@stud.uni-frankfurt.de verschickt. Stellen Sie also sicher, dass Sie Mails an diese Adresse auch lesen können! Wenn Sie bis 07.11.2020 keine solche Mail bekommen haben (im Spam gelandet?), aber am Übungsbetrieb teilnehmen möchten, kontaktieren Sie uns über **dismod20@cs.uni-frankfurt.de**.
- Als Abgabe wird nur **eine einzige, maximal 10MB große PDF-Datei** akzeptiert, welche **rechtzeitig** hochgeladen wurde! Unleserliche Abgaben werden nicht korrigiert!
- **Laden Sie nicht zu spät hoch!**
- Durch die Übungsblätter können Sie einen Bonus von bis zu **10%** für die Klausur erwerben.
- Für jedes Übungsblatt gilt: Alle Antworten sind zu **begründen**, außer der Aufgabentext erlaubt, dass eine Begründung entfallen darf.

Aufgabe 1.1 *Mit Mengen arbeiten*

(8 × 4 = 32 Punkte)

Geben Sie an, welche der Aussagen richtig und welche falsch sind. Geben Sie jeweils auch eine kurze Begründung an.

- | | |
|---|---|
| a) $\{\emptyset\} \subseteq \{\emptyset\} \cup \emptyset$ | e) $\{2020, 2021\} \subsetneq \{2020\} \oplus \{2021\}$ |
| b) $\{0\} = \{0, \emptyset\} \setminus \{0\}$ | f) $\{1, \{1\}, \{1, \{1\}\}\} \setminus \{1, \{1\}\} = \{1, \{1\}\}$ |
| c) $3 \in \{\{1, 3\}, 3, 2\} \setminus \{1, 3\}$ | g) $12 \in \{11, 2020\} \oplus \mathbb{N}$ |
| d) $\{5, 6, 6, 2\} \setminus \{2, 6\} \supseteq \{5, 6\}$ | h) $\{z^3 - z : z \in \mathbb{Z}\} \cap \{z^2 + 5 : z \in \mathbb{Z}\} = \emptyset$ |

Aufgabe 1.2 *Beweise führen*

(3 × 10 = 30 Punkte)

Welche der Gleichungen sind für *beliebige* Mengen A , B und C korrekt, welche nicht? Beweisen Sie Ihre Antwort.

Hinweis: Machen Sie sich zunächst mithilfe eines Venn-Diagramms klar, ob eine Aussage wahr bzw. falsch ist. Um eine Gleichheit $X = Y$ zu zeigen, genügt der Nachweis der beiden Inklusionen $X \subseteq Y$ und $Y \subseteq X$. Um eine Gleichheit zu widerlegen, genügt es, ein Gegenbeispiel anzugeben.

- $(A \oplus B) \setminus B = A$
- $(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \cup C)$
- $(A \cup B) \setminus C = (A \cap C) \oplus B$

Aufgabe 1.3 Verkehrskontrolle

(12 + 10 + 8 + 8 = 38 Punkte)

Die *Straße der diskreten Modellierung* ist in der Vergangenheit immer wieder durch schwere Verkehrsdelikte aufgefallen. Beispielsweise wurden immer häufiger Fahrzeuge gesichtet, die *zu schnell* unterwegs waren, *dreieckige Reifen* hatten, oder (trotz der kurvenreichen Strecke) *ohne Lenkrad* unterwegs waren. Daher wurden in letzter Zeit vermehrt Verkehrskontrollen durchgeführt, bei denen die Fahrzeuge erfasst wurden, die mindestens einen der obigen Verstöße begangen haben. Für die erfassten Fahrzeuge gilt:

- I) Es gab 42 Fahrzeuge, die zu schnell waren. 24 Fahrzeuge hatten dreieckige Reifen und 19 hatten kein Lenkrad.
- II) 13 Fahrzeuge waren zu schnell und hatten dreieckige Reifen.
- III) 27 Fahrzeuge wiesen keine technischen Mängel auf, d.h. sie hatten weder dreieckige Reifen noch fuhren sie ohne Lenkrad.
- IV) 25 Fahrzeuge hatten dreieckige Reifen oder kein Lenkrad, jedoch nicht beides.
- V) 16 Fahrzeuge begingen genau zwei der drei Verstöße.

Weitere Zahlen liegen nicht vor. Helfen Sie mit, weitere Informationen aus den erfassten Daten zu gewinnen! Beispielsweise kann Ergebnis I) durch die Gleichungen $|S| = 42$, $|D| = 24$ und $|L| = 19$ mithilfe der (Fahrzeug-)Mengen S (zu schnell), D (dreieckige Reifen) und L (ohne Lenkrad) formuliert werden.

- a) Formulieren Sie die Ergebnisse II) bis V) mithilfe der Mengen S , D und L .
- b) Wie viele Fahrzeuge wurden *insgesamt* erfasst?
- c) Wie viele Fahrzeuge fuhren *lediglich* ohne Lenkrad?
- d) Wie viele Fahrzeuge haben *alle drei* Verstöße begangen?

Hinweis: Ein Venn-Diagramm könnte sich als hilfreich erweisen. Achten Sie in b), c) und d) darauf, dass all Ihre Zwischenrechnungen nachvollziehbar sind.