

Übung 6

Ausgabe: 27.06.2017

Abgabe: 11.07.2017

Das Übungsblatt ist bis zum 11.07.2017 zu bearbeiten und wird in der letzten Vorlesungswoche (17.07.2017 - 21.07.2017) besprochen. Gehen Sie für die Besprechung des Blattes in das entsprechende Tutorium Ihres Tutors, unabhängig von Ihrer Gruppennummer.

Aufgabe 6.1. AVL-Bäume

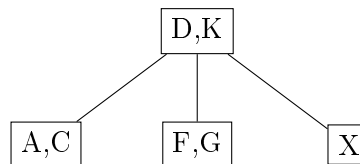
(5 Punkte)

Fügen Sie die Schlüsselreihe 1, 4, 2, 5, 3, 7, 6 in einen anfangs leeren AVL-Baum ein. Stellen Sie den Baum inklusive der Balancegrade aller Knoten nach jeder Einfüge-Operation dar. Falls beim Einfügen eine Rotation nötig ist, stellen Sie den Baum zusätzlich auch vor der Rotation dar. Geben Sie außerdem an, welcher Rotationstyp (ZickZick, ZickZack, ZackZick oder ZackZack) verwendet wird.

Aufgabe 6.2. (a, b) -Bäume

(10 Punkte)

Gegeben sei der folgende (a, b) -Baum T_{ab} :



- Betrachten Sie T_{ab} als $(2, 3)$ -Baum. Fügen Sie die Schlüssel B, Z, W, U und M ein und entfernen Sie danach die Schlüssel K, A und U (jeweils in dieser Reihenfolge). Geben Sie jeweils die Zwischenschritte in graphischer Darstellung an und beschreiben sie kurz, was - aus welchem Grund - geschieht.
- Betrachten Sie nun den unveränderten Baum T_{ab} als $(2, 4)$ -Baum. Fügen Sie die Schlüssel B, Z, W, U und M ein und entfernen Sie danach die Schlüssel K, A und U (jeweils in dieser Reihenfolge). Geben Sie jeweils die Zwischenschritte in graphischer Darstellung an und beschreiben sie kurz, was - aus welchem Grund - geschieht.

Hinweis: Es kann für das Verständnis helfen, die Operationen noch einmal in kleinere Zwischenschritte aufzuspalten, es genügt jedoch, eine Grafik für den Zustand nach jeder Operation anzugeben.

Bitte wenden!

Aufgabe 6.3. Erweiterte AVL-Bäume

(10 Punkte)

Wir betrachten neben $\text{lookup}(x)$, $\text{insert}(x)$ und $\text{remove}(x)$ auch die Operationen $\text{select}(k)$ und $\text{rang}(x)$. Die Operation $\text{select}(k)$ bestimmt den k -kleinsten Schlüssel und $\text{rang}(x) = k$ gilt genau dann, wenn x der k -kleinste Schlüssel ist. Beschreibe eine Modifikation der AVL-Bäume, die bei n gegenwärtig gespeicherten Schlüsseln *alle* fünf Operationen in worst-case Laufzeit $O(\log n)$ unterstützt.

Begründen Sie, dass die Laufzeit eingehalten wird und argumentieren Sie die Korrektheit der Prozeduren.

Hinweis: Speichern Sie neben dem Balancegrad weitere Informationen in den Knoten. Wie sieht die Aktualisierung dieser Informationen aus?

Aufgabe 6.4. Bin-Packing II

(6 Punkte)

Auf Blatt 5 haben Sie das Bin-Packing-Problem kennen gelernt und eine approximative Lösung durch die Strategie „wähle den Behälter mit der größten Restkapazität“ implementiert.

Betrachten Sie nun die folgende Strategie, die auch nicht in allen Fällen optimal ist:

Die Objekte werden der Reihe nach (also $1, 2, 3, \dots, n$) jeweils in einen Behälter gelegt, in den sie am knappsten hinein passen. Objekt i kommt also in den Behälter, der die kleinste Restkapazität hat unter allen Behältern mit Restkapazität $\geq g_i$. Wenn kein solcher Bin existiert, wird ein neuer Behälter dazu genommen.

Beschreiben Sie einen Algorithmus mit Laufzeit $\mathcal{O}(n \log n)$, der n Objekte nach obigem Verfahren verteilt.

Beschreiben Sie zuerst ihre Idee, geben dann den Algorithmus an und analysieren Sie seine Laufzeit und begründen seine Korrektheit.