

Übung 4

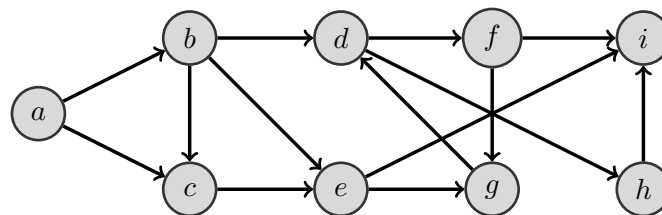
Ausgabe: 30.05.2017

Abgabe: 13.06.2017

Aufgabe 4.1. Graphen

(2+2+2+3+4+2 = 15 Punkte)

Gegeben ist der folgende gerichtete Graph G :

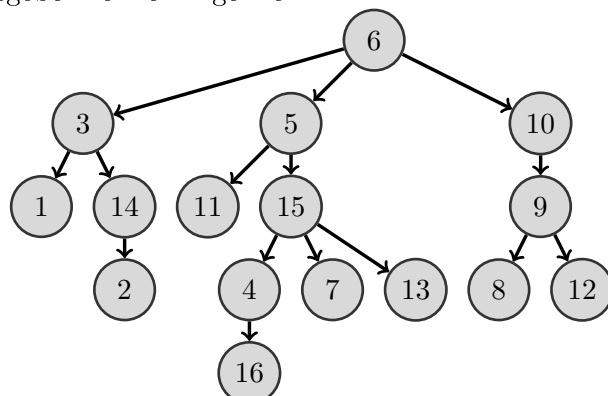


- Bestimmen Sie die In- und Outgrade aller Knoten von G .
- Stellen Sie den Graphen G in der Adjazenzlisten-Repräsentation dar. Die direkten Nachfolger jedes Knotens v sind dabei in aufsteigender Reihenfolge in die Liste von v einzutragen.
- Stellen Sie den Graphen G als Adjazenzmatrix dar. Nutzen Sie hierfür aufsteigende Zeilen- und Spaltenbezeichnungen.
- Bestimmen Sie den Baum der Breitensuche ausgehend von Knoten a . Fügen Sie dabei die unbesuchten Nachbarn jedes Knotens in aufsteigender Reihenfolge in die Queue ein.
- Bestimmen Sie den Baum der Tiefensuche ausgehend von Knoten a . Besuchen Sie dabei die Nachbarn der Knoten in aufsteigender Reihenfolge. Geben Sie weiterhin für alle Kanten an, ob es sich um Vorwärts-, Rückwärts- oder Querkanten handelt.
- Gibt es eine topologische Sortierung der Knoten von G ? Wenn ja, geben Sie eine solche an, wenn nein, begründen Sie, warum der Graph G keine Sortierung zulässt.

Aufgabe 4.2. Bäume

(2 + 2 + 1 + 2 = 7 Punkte)

Gegeben sei der folgende Baum T :



- Geben Sie T als Eltern-Array an.
- Geben Sie die Adjazenzlistendarstellung von T an.
- Welche Tiefe hat der Baum T ?
- Welche Tiefe und Höhe haben die Knoten 5 und 9?

Bitte wenden!

Aufgabe 4.3. Geburtstagsfeier

(8 Punkte)

Bob ist bei seiner besten Freundin Alice zum Geburtstag eingeladen. Er möchte auf dem Weg zur Feier noch Getränke besorgen, die er in einem Getränkemarkt einkaufen muss. Praktischerweise liegen alle m Getränkemarkte der Stadt jeweils an einer Bushaltestelle, sodass er den kompletten Weg von sich zur Feier mit dem Bus fahren kann, wobei er ein paar mal umsteigen muss. In der Nähe seiner Wohnung gibt es nur eine Bushaltestelle, genauso wie an seinem Ziel. Außerdem weiß er, dass er den kompletten Weg mit dem Bus bewältigen kann. Er möchte den gesamten Weg mit dem Bus zurücklegen und so wenig wie möglich umsteigen.

Dafür modelliert er den Busfahrplan wie folgt als Graphen: Die Bushaltestellen bilden die Knotenmenge V , wobei er sein Zuhause (B), den Ort der Feier (A) sowie die Getränkemarkte G_1, \dots, G_m notiert. Wenn ein Bus von einer Haltestelle zu einer weiteren Haltestelle fährt, trägt er eine gerichtete Kante in die Menge E ein.

Helfen Sie Bob, indem Sie einen Algorithmus mit Laufzeit $\mathcal{O}(|E| + |V|)$ angeben, mit dem er eine Lösung für sein Problem findet. Gesucht ist also ein kürzester Weg von B nach A über G_i für ein $i \in \{1, \dots, m\}$.

Zeigen Sie, dass die Laufzeitschranke eingehalten wird und der Algorithmus korrekt arbeitet.

Hinweis: Beschreiben Sie zuerst Ihre Idee und dann den Algorithmus. Die Idee ersetzt dabei **nicht** die Korrektheitsanalyse.

Aufgabe 4.4. Geburtstagsfeier II

(8 Punkte)

Alice plant für ihre Geburtstagsfeier ein großes Spiel mit zwei Gruppen. Einige der Gäste können sich jedoch nicht leiden und sollten nicht zusammen in einer Gruppe sein. Zum Glück weiß Alice, welche Personen nicht in eine Gruppe eingeteilt werden sollten und hat mit diesen Informationen einen Konfliktgraphen $G = (V, E)$ als Adjazenzliste vorbereitet.

Um keine bösen Überraschungen zu erleben, will Alice schon frühzeitig wissen, ob sich ihre Gäste in zwei (nicht zwingend gleich große) Gruppen teilen lassen, sodass keine Konflikte entstehen.

Helfen Sie Alice zu entscheiden, ob das Spiel stattfinden kann. Geben Sie dafür einen Algorithmus mit Laufzeit $\mathcal{O}(|V| + |E|)$ an, der entscheidet, ob sich die Gäste in zwei konfliktfreie Gruppen aufteilen lassen oder nicht.

Wie immer sind Laufzeit und Korrektheit zu begründen.

Hinweis: Beschreiben Sie zuerst Ihre Idee und dann den Algorithmus. Die Idee ersetzt dabei **nicht** die Korrektheitsanalyse.