

# Diskrete Modellierung<sup>1</sup>

Prof. Dr. Martin Hofer  
Wintersemester 2020/21

Herzlich willkommen!

---

<sup>1</sup>Basierend auf Material von Prof. Dr. Georg Schnitger.

Wir: Professur für Algorithmen und Komplexität

[algo.cs.uni-frankfurt.de](http://algo.cs.uni-frankfurt.de)

- Martin Hofer (Online-Fragestunde)  
R 115 - RMS 11-15, [mhofer AT cs.uni-frankfurt.de](mailto:mhofer@cs.uni-frankfurt.de)
- Marco Schmalhofer, Daniel Schmand (Übungskoordination)  
R 104a - RMS 11-15, [dismod20 AT cs.uni-frankfurt.de](mailto:dismod20@cs.uni-frankfurt.de)
- Nagihan Burdzovic, Daniel Dadras, Emmanuela Georgoula, Alexander Hengstmann, Robin Krause, Marlena Meyer, Anton Micke, Leon Philipp, Elias Pitschmann, Luca Pöpperl, Gerrit Schulze-Frerichs, Jonas Strauch, Maike Südhaus, Nicola Vidovic, Fabian Vogel, Felix Vogel, Luca von der Brelie, Anne Wolnitza (Tutoren)
- Georg Schnitger (Vorlesungsaufzeichnungen)

Wer sind Sie?

# Organisatorisches

Bitte konsultieren Sie die Webseite

**Institut für Informatik** → **Algorithmen & Komplexität** → **Winter 20/21**  
→ **Diskrete Modellierung** [Link]

**regelmäßig!**

Dort finden Sie zum Beispiel:

- Alle Vorlesungsmaterialien (**Skript**, **Folien**, Zugang zu **Videos** wie auch **Extra-Materialien**)
- Organisatorische Details zum Übungsbetrieb und zur Notengebung
- Unter **Aktuelles** zum Beispiel:
  - ▶ Wie melde ich mich zum Übungsbetrieb an?
  - ▶ Ggf. Anmerkungen zu aktuellen Übungsaufgaben.
- **Logbuch** mit Informationen zu den einzelnen Vorlesungsstunden.

Das **Skript zur Vorlesung** wurde von Prof. Dr. Schnitger erstellt. Die Vorlesung wird sich eng daran orientieren. Bitte nicht nur Folien und Videos anschauen, sondern das Skript sorgfältig durcharbeiten!

- U. Kastens und H. Kleine Büning. *Modellierung. Grundlagen und formale Methoden*. Hanser, 2008.
- D. Grieser. *Mathematisches Problemlösen und Beweisen*, Springer Verlag.
- A. Beutelspacher. „*Das ist o.B.d.A. trivial!*“ *Tipps und Tricks zur Formulierung mathematischer Gedanken*. Vieweg Studium.

Der **Handapparat** für die Diskrete Modellierung enthält weitere relevante Textbücher, auf die wir auch im Logbuch verweisen werden: Bitte schmökern!

- Der Handapparat befindet sich in der **Bibliothek**, also im ersten Stock in der Robert-Mayer-Straße 11-15.

# Online-Vorlesung, Übungsbetrieb und Klausuren

- Die Vorlesung findet **virtuell** statt.
- **Videos** von Prof. Schnitger aus vorherigen Semestern werden bearbeitet und auf der Webseite veröffentlicht – **ungefähr im Rhythmus des Präsenzablaufs** der Vorlesung.
- **Folien** zum Vorlesungsstoff werden ebenfalls auf die Webseite gestellt.
- Jeden **Donnerstag, 8:15-9:45 Uhr** gibt es ein **Meeting über Zoom** für Fragen, Übungen und Wiederholungen.
- Melden Sie sich zum **OLAT-Kurs** an:
  - ▶ Zugangscodes zu Videos und Materialien
  - ▶ Zugangscodes zum Zoom-Meeting
  - ▶ Lösungsvorschläge für die Übungszettel

- Die Erstklausur wird **voraussichtlich** am Donnerstag, **18. Februar 2021** und die Zweitklausur am Donnerstag, **1. April 2021** stattfinden.
  - ▶ Da Räume und Zeiten von der **Zentrale im Westend** festgelegt werden, kann es noch zu Änderungen kommen. Endgültige Zeiten und Orte geben wir (sobald sie feststehen) auf der Webseite bekannt.
- Wenn die Klausur bestanden wird, werden die in den Übungen erreichten Punkte werden mit einem Maximalgewicht von **10%** zu den Klausurpunkten hinzugezählt:

*Wenn in der Klausur  $x\%$  und in den Übungen  $y\%$  erzielt wurden, dann wird  $z = x + \frac{10}{100} \cdot y$  als Gesamtpunktzahl angerechnet.*

Die Klausur ist **bestanden** wenn  $x \geq 50$  gilt.

Wenn die Klausur bestanden ist, dann wird eine Note aufgrund der Gesamtpunktzahl  $z$  festgelegt.



- Für die **Anmeldung zum Übungsbetrieb** melden Sie sich bitte im **AUGe-System** an.
- Bis spätestens nächsten Montag erhalten Sie an **Ihre HRZ-Email-Adresse** die **Einteilung in Ihre Übungsgruppe** und einen **Link zum SAP-System** für die elektronische Abgabe von Übungen.
- Übungen finden wöchentlich statt:
  - ▶ Übungszettel werden spätestens am Donnerstag ins Netz gestellt,
  - ▶ Die Lösungen sind nach 1-wöchiger Bearbeitungszeit bis 08:00 Uhr, also

**vor Beginn**

des virtuellen Treffens am Donnerstag, **online abzugeben**.

- Die Übungsgruppen treffen sich **online** über **Zoom** oder **Discord**. Ihr/e Tutor/in wird Ihnen die Zugangsdaten an Ihre HRZ-Email-Adresse schicken.
- **Das erste Treffen** ist in der nächsten Woche. Das erste Übungsblatt wie auch ein Präsenzblatt erscheinen diese Woche. (Das Präsenzblatt wird in der nächsten Woche in den Übungsgruppen besprochen.)

- Übungsaufgaben und ihre Lösungen können mit Anderen besprochen werden, **aber** Lösungen **müssen eigenständig** aufgeschrieben werden!
  - ▶ Ein erstmaliger Verstoß führt zur Nicht-Anrechnung aller Punkte des Blatts.
  - ▶ Bei einem zweiten Verstoß werden alle Übungspunkte gestrichen und es erfolgt ein Vermerk in die Prüfungsakte.

Es wird **nicht** unterschieden zwischen Plagiat und Original.

**UNBEDINGT**  
am Übungsbetrieb teilnehmen  
und Aufgaben bearbeiten!

Sie müssen sich bis

Mittwoch, den 04. November (um 23:55)

zum Übungsbetrieb anmelden! [\[Link\]](#)

Helfen Sie mir durch

Ihre **Fragen**, **Kommentare** und **Antworten**!

- Für die **Zoom-Session** am Donnerstag (8:15 - 9:45 Uhr): Überlegen Sie sich bitte Fragen zum Vorlesungsstoff bzw. zum aktuellen Übungsblatt!
- Schicken Sie Ihre Fragen per Email bis **Mittwoch Mittag** an [dismod20 AT cs.uni-frankfurt.de](mailto:dismod20@cs.uni-frankfurt.de).
- Fragen sind aber auch in der Session hochwillkommen!

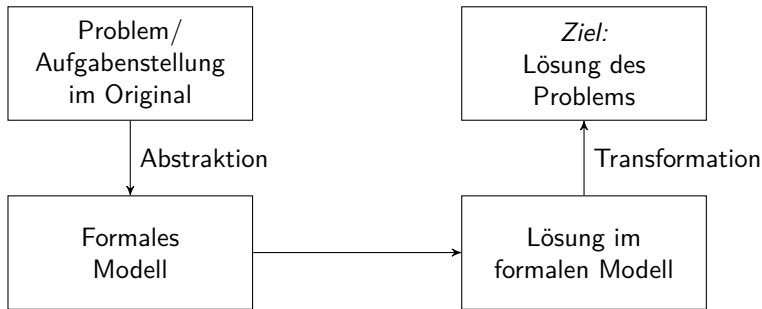
Im **Ingo-Wegener-Lernzentrum** (3. Stock in der Robert-Mayer-Straße 10) treffen Sie Ihre KommilitonInnen.

- Informationen dazu auf der **Webseite** des Lernzentrums [Link].
- Frau Düffel und ihre Mitarbeiter stehen für fachliche Fragen zur Verfügung. Aufgrund der Corona-Situation müssen Sie Arbeitsplätze im voraus buchen.
- Daneben gibt es dieses Semester das **virtuelle Lernzentrum**. Zugang erhalten Sie über den OLAT-Kurs [Link].
- Die Seite <http://www.informatik.uni-frankfurt.de/index.php/de/studierende-informationen-fur-erstsemester.html> enthält Informationen nur für Erstsemester.

# Diskrete Modellierung: Ziele, Begriffsklärung und Anwendungen

# Worum geht's? Hol die Problemstellung in den Rechner!

- In den verschiedenen Gebieten der Informatik werden jeweils an die Art der Probleme und Aufgaben angepasste, diskrete Modelle verwendet.
- Ziel ist eine **präzise Beschreibung** der für die Lösung des Problems **relevanten Aspekte**.



In der Veranstaltung „Diskrete Modellierung“ führen wir fundamentale Kalküle ein, die den verschiedenen Modellen zugrunde liegen.

Welche Fragen möchten wir beantworten?

- ? Wie geht man mit diesen Kalkülen um und
- ? was sind die jeweiligen Stärken und Schwächen?

Mit welchen Kalkülen werden wir uns beschäftigen?



- Wir betrachten die folgenden fundamentalen Kalküle (mit einigen Anwendungen in Klammern):
  - ▶ **Aussagenlogik**
    - ★ (Wissensrepräsentation, automatisches Beweisen)
  - ▶ **Bäume und Graphen**
    - ★ (Gewinnstrategien in Spielen, Navis und Fahrpläne)
  - ▶ **Markov-Ketten**
    - ★ (Suchmaschinen, numerische Berechnung mehrdimensionaler Integrale, Proteinstruktur-Vorhersage)
  - ▶ **Transitionssysteme und endliche Automaten**
    - ★ (Entwurf von Schaltungen)
  - ▶ **kontextfreie Grammatiken**
    - ★ (Compilerbau)
  - ▶ **Prädikatenlogik**
    - ★ (Wissensrepräsentation, Datenbankanfragesprachen)

- Wir müssen die

## **Ausdrucksstärke eines Kalküls**

verstehen, also die Klasse der Anwendungsbeispiele, und klären, ob wir

**effizient mit dem Kalkül umgehen können.**

In vielen Anwendungsbeispiele müssen **komplexe Strukturen** modelliert werden, wie zum Beispiel

- \* Geschäftsabläufe in Firmen (Wirtschaftsinformatik),
- \* Kundenaufträge in der Software-Entwicklung (Software Engineering),
- \* Grundriss, 3D-Modell und Kostenplan im Bau eines Hauses,
- \* vereinfachende Abbilder eines Originals, wie etwa ein Modellflugzeug. ...

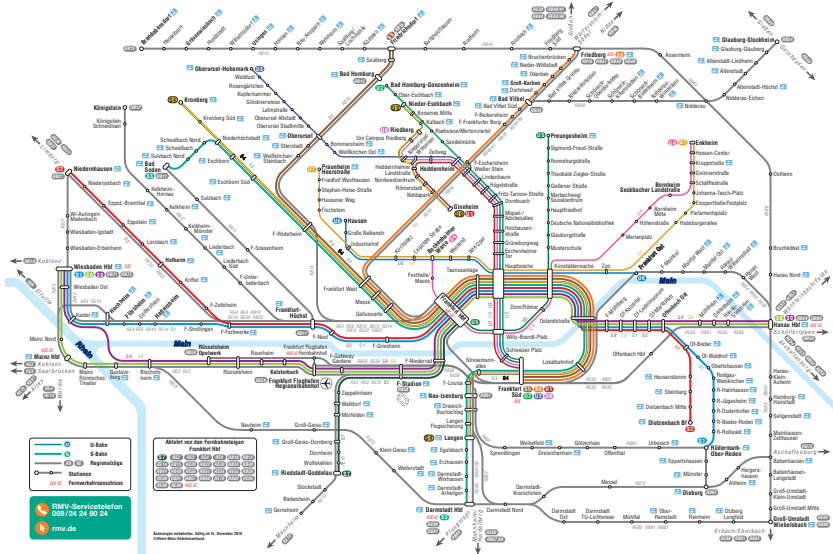
Beachte: Modelle sind meist **nicht** originalgetreu,

- sie heben bestimmte Eigenschaften hervor und lassen andere weg,
- Modelle müssen **vereinfachen**, um das komplexe Original besser zu verstehen!

# Selbst Netz- und Fahrpläne!



## Schnellbahnplan



S-Bahn  
 Regionalbahn  
 Fernverkehrsanschluss  
 RMV-Service-telefon  
 069/24 24 80 24  
 rmv.de

**Abfahrtsort der Fernverkehrsleistungen Frankfurt Hbf**

06:00	06:15	06:30	06:45	07:00	07:15	07:30	07:45	08:00	08:15	08:30	08:45	09:00	09:15	09:30	09:45	10:00	10:15	10:30	10:45	11:00	11:15	11:30	11:45	12:00	12:15	12:30	12:45	13:00	13:15	13:30	13:45	14:00	14:15	14:30	14:45	15:00	15:15	15:30	15:45	16:00	16:15	16:30	16:45	17:00	17:15	17:30	17:45	18:00	18:15	18:30	18:45	19:00	19:15	19:30	19:45	20:00	20:15	20:30	20:45	21:00	21:15	21:30	21:45	22:00	22:15	22:30	22:45	23:00	23:15	23:30	23:45	24:00
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

Reisenplan gültig ab: 15.11.2020  
 © RMV Netz-Gesellschaft


**U6**

Richtung Bockenheimer Warte → Hauptwache → Konstablerwache → Zoo → Ostbahnhof



- Hausen
- Große Nelkenstraße
- Industriehof
- Kirchplatz
- Leipziger Straße
- Bockenheimer Warte
- Westend
- Alte Oper
- Hauptwache
- Konstablerwache
- Zoo
- Habsburgerallee
- Parlamentsplatz
- Eissporthalle/Festplatz
- Johanna-Tesch-Platz
- Ostbahnhof

Gültig ab 15.12.2019

Montag - Freitag	Samstag	Sonnt- und Feiertag
4 02 32	4 02 32	4 02 32
5 02 17 32 47	5 02 32	5 02 32
6 02 17 32 42 50 57	6 02 32 47	6 02 32
7 05 12 20 27 35 42 50 57	7 02 17 32 47	7 02 32
8 05 12 20 27 35 42 50 57	8 02 17 32 47	8 02 32 47
9 05 12 20 27 35 42 52	9 02 12 22 32 42 52	9 02 17 32 47
10 02 12 22 32 42 52	10 02 12 22 32 42 52	10 02 17 32 47
11 02 12 22 32 42 52	11 02 12 22 32 42 52	11 02 12 22 32 42 52
12 02 12 22 32 42 52	12 02 12 22 32 42 52	12 02 12 22 32 42 52
13 02 12 22 32 42 52	13 02 12 22 32 42 52	13 02 12 22 32 42 52
14 02 12 22 32 42 52	14 02 12 22 32 42 52	14 02 12 22 32 42 52
15 02 12 20 27 35 42 50 57	15 02 12 22 32 42 52	15 02 12 22 32 42 52
16 05 12 20 27 35 42 50 57	16 02 12 22 32 42 52	16 02 12 22 32 42 52
17 05 12 20 27 35 42 50 57	17 02 12 22 32 42 52	17 02 12 22 32 42 52
18 05 12 20 27 35 42 50 57	18 02 12 22 32 42 52	18 02 12 22 32 42 52
19 05 12 20 27 35 42 50	19 02 12 22 32 42 52	19 02 12 22 32 42 52
20 02 17 32 47	20 02 17 32 47	20 02 17 32 47
21 02 17 32 47	21 02 17 32 47	21 02 17 32 47
22 02 17 32 47	22 02 17 32 47	22 02 17 32 47
23 02 17 32 47	23 02 17 32 47	23 02 17 32 47
0 02 17 <sup>■</sup> 32	0 02 17 <sup>■</sup> 32	0 02 17 <sup>■</sup> 32
1 02 <sup>■</sup>	1 02 <sup>■</sup>	1 02 <sup>■</sup>

■ bis Johanna-Tesch-Platz


 RMV-Servicetelefon  
069 / 24 24 80 24 rund um die Uhr

 MobilitätsZentrale  
VerkehrsinSel An der Hauptwache, Frankfurt am Main

[www.rmv-frankfurt.de](http://www.rmv-frankfurt.de)

# Warum reden wir beim Netz- und Fahrplan von Modellen?

- Im Netzplan der Frankfurter S- und U-Bahn wird beschrieben,
  - ▶ welche Haltestellen von welchen Linien angefahren werden und welche Umsteigemöglichkeiten es gibt.
  - ▶ Vernachlässigt werden genauere topografische Informationen wie Entfernung, genaue Lage oder Verlauf der Bahnstrecken.
- Ähnliches gilt für den Fahrplan der U6.

# Warum sprechen wir Mathematik?

Ganz, ganz wichtig ist die

**Fähigkeit einer präzisen Ausdrucksweise und sicheren Argumentation**

bei der Analyse von Problemen.

- Dazu gehört auch das Verständnis und der souveräne Umgang mit mathematische Grundlagen und Beweistechniken.
- Aber wir treiben doch Informatik und keine Mathematik?

Aber gerade weil wir Informatik treiben, müssen wir **sicherstellen**, d.h.

**beweisen**,

dass unsere Systeme **funktionieren**!

Das ist aber paradox!



# Wahr oder falsch?

- Pinocchio's Nase wächst bekanntlich genau dann, wenn er lügt.  
*Pinocchio sagt, dass seine Nase wächst.*

Lügt Pinocchio?

- Wir betrachten den Satz  
*Dieser Satz ist unwahr!*  
Ist dieser Satz wahr?

Sich selbst referenzierende Aussagen können wahr, falsch oder widersprüchlich sein

# Das Berry-Paradox<sup>2</sup>

Jede natürliche Zahl ist mit höchstens dreizehn Worten des Dudens definierbar!

Warum reichen 13 Worte für die Beschreibung jeder natürlichen Zahl  $n$ ?

- Beweis durch Widerspruch: Sei  $n$  die kleinste natürliche Zahl, die nicht mit höchstens dreizehn Worten definierbar ist.
- Aber dann ist  $n$  definierbar durch die dreizehn Worte „*ist die kleinste natürliche Zahl, die nicht mit höchstens dreizehn Worten definierbar ist*“.
- Die Annahme, dass 13 Worte nicht reichen, führt zu einem Widerspruch und das war zu zeigen.

Was ist passiert?

*Unfug mit der Umgangssprache: Was bedeutet es definierbar zu sein?*

---

<sup>2</sup>George Godfrey Berry (1867-1928) war Bibliothekar der Bodleian Library Oxfords