

Diskrete Modellierung¹

Prof. Dr. Martin Hofer
Wintersemester 2020/21

¹Basierend auf Material von Prof. Dr. Georg Schnitger.

Diskrete Modellierung¹

Prof. Dr. Martin Hofer
Wintersemester 2020/21

Herzlich willkommen!

¹Basierend auf Material von Prof. Dr. Georg Schnitger.

Wer ist wer?

Wir: Professur für Algorithmen und Komplexität

algo.cs.uni-frankfurt.de

Wer ist wer?

Wir: Professur für Algorithmen und Komplexität

algo.cs.uni-frankfurt.de

- Martin Hofer (Online-Fragestunde)
R 115 - RMS 11-15, mhofer AT cs.uni-frankfurt.de

Wir: Professur für Algorithmen und Komplexität

algo.cs.uni-frankfurt.de

- Martin Hoefer (Online-Fragestunde)
R 115 - RMS 11-15, mhoefer AT cs.uni-frankfurt.de
- Marco Schmalhofer, Daniel Schmand (Übungskoordination)
R 104a - RMS 11-15, dismod20 AT cs.uni-frankfurt.de

Wir: Professur für Algorithmen und Komplexität

algo.cs.uni-frankfurt.de

- Martin Hofer (Online-Fragestunde)
R 115 - RMS 11-15, [mhofer AT cs.uni-frankfurt.de](mailto:mhofer@cs.uni-frankfurt.de)
- Marco Schmalhofer, Daniel Schmand (Übungskoordination)
R 104a - RMS 11-15, [dismod20 AT cs.uni-frankfurt.de](mailto:dismod20@cs.uni-frankfurt.de)
- Nagihan Burdzovic, Daniel Dadras, Emmanuela Georgoula, Alexander Hengstmann, Robin Krause, Marlena Meyer, Anton Micke, Leon Philipp, Elias Pitschmann, Luca Pöpperl, Gerrit Schulze-Frerichs, Jonas Strauch, Maike Südhaus, Nicola Vidovic, Fabian Vogel, Felix Vogel, Luca von der Brelie, Anne Wolnitza (Tutoren)

Wir: Professur für Algorithmen und Komplexität

algo.cs.uni-frankfurt.de

- Martin Hofer (Online-Fragestunde)
R 115 - RMS 11-15, [mhofer AT cs.uni-frankfurt.de](mailto:mhofer@cs.uni-frankfurt.de)
- Marco Schmalhofer, Daniel Schmand (Übungskoordination)
R 104a - RMS 11-15, [dismod20 AT cs.uni-frankfurt.de](mailto:dismod20@cs.uni-frankfurt.de)
- Nagihan Burdzovic, Daniel Dadras, Emmanuela Georgoula, Alexander Hengstmann, Robin Krause, Marlena Meyer, Anton Micke, Leon Philipp, Elias Pitschmann, Luca Pöpperl, Gerrit Schulze-Frerichs, Jonas Strauch, Maike Südhaus, Nicola Vidovic, Fabian Vogel, Felix Vogel, Luca von der Brelie, Anne Wolnitza (Tutoren)
- Georg Schnitger (Vorlesungsaufzeichnungen)

Wir: Professur für Algorithmen und Komplexität

algo.cs.uni-frankfurt.de

- Martin Hofer (Online-Fragestunde)
R 115 - RMS 11-15, [mhofer AT cs.uni-frankfurt.de](mailto:mhofer@cs.uni-frankfurt.de)
- Marco Schmalhofer, Daniel Schmand (Übungscoordination)
R 104a - RMS 11-15, [dismod20 AT cs.uni-frankfurt.de](mailto:dismod20@cs.uni-frankfurt.de)
- Nagihan Burdzovic, Daniel Dadras, Emmanuela Georgoula, Alexander Hengstmann, Robin Krause, Marlena Meyer, Anton Micke, Leon Philipp, Elias Pitschmann, Luca Pöpperl, Gerrit Schulze-Frerichs, Jonas Strauch, Maike Südhaus, Nicola Vidovic, Fabian Vogel, Felix Vogel, Luca von der Brelie, Anne Wolnitza (Tutoren)
- Georg Schnitger (Vorlesungsaufzeichnungen)

Wer sind Sie?

Organisatorisches

Die Webseite der Veranstaltung

Bitte konsultieren Sie die Webseite

Institut für Informatik → **Algorithmen & Komplexität** → **Winter 20/21**
→ **Diskrete Modellierung** [Link]

regelmäßig!

Bitte konsultieren Sie die Webseite

Institut für Informatik → **Algorithmen & Komplexität** → **Winter 20/21**
→ **Diskrete Modellierung** [Link]

regelmäßig!

Dort finden Sie zum Beispiel:

- Alle Vorlesungsmaterialien (**Skript**, **Folien**, Zugang zu **Videos** wie auch **Extra-Materialien**)
- Organisatorische Details zum Übungsbetrieb und zur Notengebung
- Unter **Aktuelles** zum Beispiel:
 - ▶ Wie melde ich mich zum Übungsbetrieb an?
 - ▶ Ggf. Anmerkungen zu aktuellen Übungsaufgaben.
- **Logbuch** mit Informationen zu den einzelnen Vorlesungsstunden.

Das **Skript zur Vorlesung** wurde von Prof. Dr. Schnitger erstellt. Die Vorlesung wird sich eng daran orientieren. Bitte nicht nur Folien und Videos anschauen, sondern das Skript sorgfältig durcharbeiten!

- U. Kastens und H. Kleine Büning. *Modellierung. Grundlagen und formale Methoden*. Hanser, 2008.
- D. Grieser. *Mathematisches Problemlösen und Beweisen*, Springer Verlag.
- A. Beutelspacher. „*Das ist o.B.d.A. trivial!*“ *Tipps und Tricks zur Formulierung mathematischer Gedanken*. Vieweg Studium.

Das **Skript zur Vorlesung** wurde von Prof. Dr. Schnitger erstellt. Die Vorlesung wird sich eng daran orientieren. Bitte nicht nur Folien und Videos anschauen, sondern das Skript sorgfältig durcharbeiten!

- U. Kastens und H. Kleine Büning. *Modellierung. Grundlagen und formale Methoden*. Hanser, 2008.
- D. Grieser. *Mathematisches Problemlösen und Beweisen*, Springer Verlag.
- A. Beutelspacher. „*Das ist o.B.d.A. trivial!*“ *Tipps und Tricks zur Formulierung mathematischer Gedanken*. Vieweg Studium.

Der **Handapparat** für die Diskrete Modellierung enthält weitere relevante Textbücher, auf die wir auch im Logbuch verweisen werden: Bitte schmökern!

- Der Handapparat befindet sich in der **Bibliothek**, also im ersten Stock in der Robert-Mayer-Straße 11-15.

Online-Vorlesung, Übungsbetrieb und Klausuren

- Die Vorlesung findet **virtuell** statt.
- **Videos** von Prof. [Schnitger](#) aus vorherigen Semestern werden bearbeitet und auf der Webseite veröffentlicht – **ungefähr im Rhythmus des Präsenzablaufs** der Vorlesung.
- **Folien** zum Vorlesungsstoff werden ebenfalls auf die Webseite gestellt.
- Jeden **Donnerstag, 8:15-9:45 Uhr** gibt es ein **Meeting über Zoom** für Fragen, Übungen und Wiederholungen.
- Melden Sie sich zum **OLAT-Kurs** an:
 - ▶ Zugangscodes zu Videos und Materialien
 - ▶ Zugangscodes zum Zoom-Meeting
 - ▶ Lösungsvorschläge für die Übungszettel

- Die Erstklausur wird **voraussichtlich** am Donnerstag, **18. Februar 2021** und die Zweitklausur am Donnerstag, **1. April 2021** stattfinden.
 - ▶ Da Räume und Zeiten von der **Zentrale im Westend** festgelegt werden, kann es noch zu Änderungen kommen. Endgültige Zeiten und Orte geben wir (sobald sie feststehen) auf der Webseite bekannt.

- Die Erstklausur wird **voraussichtlich** am Donnerstag, **18. Februar 2021** und die Zweitklausur am Donnerstag, **1. April 2021** stattfinden.
 - ▶ Da Räume und Zeiten von der **Zentrale im Westend** festgelegt werden, kann es noch zu Änderungen kommen. Endgültige Zeiten und Orte geben wir (sobald sie feststehen) auf der Webseite bekannt.
- Wenn die Klausur bestanden wird, werden die in den Übungen erreichten Punkte werden mit einem Maximalgewicht von **10%** zu den Klausurpunkten hinzugezählt:

Wenn in der Klausur $x\%$ und in den Übungen $y\%$ erzielt wurden, dann wird $z = x + \frac{10}{100} \cdot y$ als Gesamtpunktzahl angerechnet.

Die Klausur ist **bestanden** wenn $x \geq 50$ gilt.

Wenn die Klausur bestanden ist, dann wird eine Note aufgrund der Gesamtpunktzahl z festgelegt.

- Für die **Anmeldung zum Übungsbetrieb** melden Sie sich bitte im **AUGe-System** an.

- Für die **Anmeldung zum Übungsbetrieb** melden Sie sich bitte im **AUGe-System** an.
- Bis spätestens nächsten Montag erhalten Sie an **Ihre HRZ-Email-Adresse** die **Einteilung in Ihre Übungsgruppe** und einen **Link zum SAP-System** für die elektronische Abgabe von Übungen.

- Für die **Anmeldung zum Übungsbetrieb** melden Sie sich bitte im **AUGe-System** an.
- Bis spätestens nächsten Montag erhalten Sie an **Ihre HRZ-Email-Adresse** die **Einteilung in Ihre Übungsgruppe** und einen **Link zum SAP-System** für die elektronische Abgabe von Übungen.
- Übungen finden wöchentlich statt:
 - ▶ Übungszettel werden spätestens am Donnerstag ins Netz gestellt,
 - ▶ Die Lösungen sind nach 1-wöchiger Bearbeitungszeit bis 08:00 Uhr, also

vor Beginn

des virtuellen Treffens am Donnerstag, **online abzugeben**.

- Für die **Anmeldung zum Übungsbetrieb** melden Sie sich bitte im **AUGe-System** an.
- Bis spätestens nächsten Montag erhalten Sie an **Ihre HRZ-Email-Adresse** die **Einteilung in Ihre Übungsgruppe** und einen **Link zum SAP-System** für die elektronische Abgabe von Übungen.
- Übungen finden wöchentlich statt:
 - ▶ Übungszettel werden spätestens am Donnerstag ins Netz gestellt,
 - ▶ Die Lösungen sind nach 1-wöchiger Bearbeitungszeit bis 08:00 Uhr, also

vor Beginn

des virtuellen Treffens am Donnerstag, **online abzugeben**.

- Die Übungsgruppen treffen sich **online** über **Zoom** oder **Discord**. Ihr/e Tutor/in wird Ihnen die Zugangsdaten an Ihre HRZ-Email-Adresse schicken.
- **Das erste Treffen** ist in der nächsten Woche. Das erste Übungsblatt wie auch ein Präsenzblatt erscheinen diese Woche. (Das Präsenzblatt wird in der nächsten Woche in den Übungsgruppen besprochen.)

- Übungsaufgaben und ihre Lösungen können mit Anderen besprochen werden, **aber** Lösungen **müssen eigenständig** aufgeschrieben werden!
 - ▶ Ein erstmaliger Verstoß führt zur Nicht-Anrechnung aller Punkte des Blatts.
 - ▶ Bei einem zweiten Verstoß werden alle Übungspunkte gestrichen und es erfolgt ein Vermerk in die Prüfungsakte.

Es wird **nicht** unterschieden zwischen Plagiat und Original.

BITTE, BITTE, BITTE

UNBEDINGT
am Übungsbetrieb teilnehmen
und Aufgaben bearbeiten!

Sie müssen sich bis

Mittwoch, den 04. November (um 23:55)

zum Übungsbetrieb anmelden! [\[Link\]](#)

Helfen Sie mir durch

Ihre **Fragen**, **Kommentare** und **Antworten**!

- Für die **Zoom-Session** am Donnerstag (8:15 - 9:45 Uhr): Überlegen Sie sich bitte Fragen zum Vorlesungsstoff bzw. zum aktuellen Übungsblatt!
- Schicken Sie Ihre Fragen per Email bis **Mittwoch Mittag** an [dismod20 AT cs.uni-frankfurt.de](mailto:dismod20@cs.uni-frankfurt.de).
- Fragen sind aber auch in der Session hochwillkommen!

Im **Ingo-Wegener-Lernzentrum** (3. Stock in der Robert-Mayer-Straße 10) treffen Sie Ihre KommilitonInnen.

- Informationen dazu auf der **Webseite** des Lernzentrums [Link].
- Frau Düffel und ihre Mitarbeiter stehen für fachliche Fragen zur Verfügung. Aufgrund der Corona-Situation müssen Sie Arbeitsplätze im voraus buchen.

Im **Ingo-Wegener-Lernzentrum** (3. Stock in der Robert-Mayer-Straße 10) treffen Sie Ihre KommilitonInnen.

- Informationen dazu auf der **Webseite** des Lernzentrums [Link].
- Frau Düffel und ihre Mitarbeiter stehen für fachliche Fragen zur Verfügung. Aufgrund der Corona-Situation müssen Sie Arbeitsplätze im voraus buchen.
- Daneben gibt es dieses Semester das **virtuelle Lernzentrum**. Zugang erhalten Sie über den OLAT-Kurs [Link].

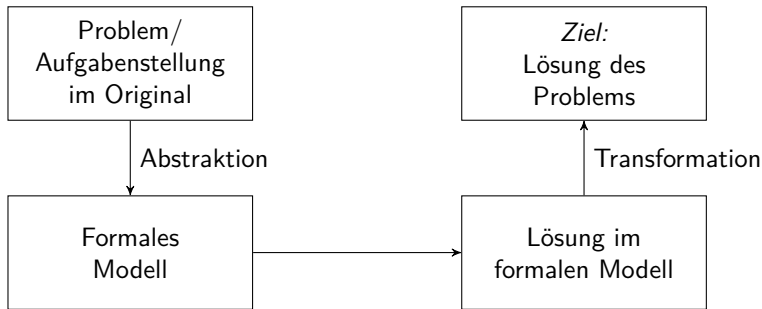
Im **Ingo-Wegener-Lernzentrum** (3. Stock in der Robert-Mayer-Straße 10) treffen Sie Ihre KommilitonInnen.

- Informationen dazu auf der **Webseite** des Lernzentrums [Link].
- Frau Düffel und ihre Mitarbeiter stehen für fachliche Fragen zur Verfügung. Aufgrund der Corona-Situation müssen Sie Arbeitsplätze im voraus buchen.
- Daneben gibt es dieses Semester das **virtuelle Lernzentrum**. Zugang erhalten Sie über den OLAT-Kurs [Link].
- Die Seite <http://www.informatik.uni-frankfurt.de/index.php/de/studierende-informationen-fur-erstsemester.html> enthält Informationen nur für Erstsemester.

Diskrete Modellierung: Ziele, Begriffsklärung und Anwendungen

Worum geht's? Hol die Problemstellung in den Rechner!

- In den verschiedenen Gebieten der Informatik werden jeweils an die Art der Probleme und Aufgaben angepasste, diskrete Modelle verwendet.
- Ziel ist eine **präzise Beschreibung** der für die Lösung des Problems **relevanten Aspekte**.



In der Veranstaltung „Diskrete Modellierung“ führen wir fundamentale Kalküle ein, die den verschiedenen Modellen zugrunde liegen.

Welche Fragen möchten wir beantworten?

- ? Wie geht man mit diesen Kalkülen um und
- ? was sind die jeweiligen Stärken und Schwächen?

Mit welchen Kalkülen werden wir uns beschäftigen?

- Wir betrachten die folgenden fundamentalen Kalküle (mit einigen Anwendungen in Klammern):
 - ▶ **Aussagenlogik**
 - ★ (Wissensrepräsentation, automatisches Beweisen)
 - ▶ **Bäume und Graphen**
 - ★ (Gewinnstrategien in Spielen, Navis und Fahrpläne)
 - ▶ **Markov-Ketten**
 - ★ (Suchmaschinen, numerische Berechnung mehrdimensionaler Integrale, Proteinstruktur-Vorhersage)
 - ▶ **Transitionssysteme und endliche Automaten**
 - ★ (Entwurf von Schaltungen)
 - ▶ **kontextfreie Grammatiken**
 - ★ (Compilerbau)
 - ▶ **Prädikatenlogik**
 - ★ (Wissensrepräsentation, Datenbankanfragesprachen)

- Wir betrachten die folgenden fundamentalen Kalküle (mit einigen Anwendungen in Klammern):
 - ▶ **Aussagenlogik**
 - ★ (Wissensrepräsentation, automatisches Beweisen)
 - ▶ **Bäume und Graphen**
 - ★ (Gewinnstrategien in Spielen, Navis und Fahrpläne)
 - ▶ **Markov-Ketten**
 - ★ (Suchmaschinen, numerische Berechnung mehrdimensionaler Integrale, Proteinstruktur-Vorhersage)
 - ▶ **Transitionssysteme und endliche Automaten**
 - ★ (Entwurf von Schaltungen)
 - ▶ **kontextfreie Grammatiken**
 - ★ (Compilerbau)
 - ▶ **Prädikatenlogik**
 - ★ (Wissensrepräsentation, Datenbankanfragesprachen)

- Wir müssen die

Ausdrucksstärke eines Kalküls

verstehen, also die Klasse der Anwendungsbeispiele, und klären, ob wir

effizient mit dem Kalkül umgehen können.

In vielen Anwendungsbeispiele müssen **komplexe Strukturen** modelliert werden, wie zum Beispiel

- * Geschäftsabläufe in Firmen (Wirtschaftsinformatik),
- * Kundenaufträge in der Software-Entwicklung (Software Engineering),
- * Grundriss, 3D-Modell und Kostenplan im Bau eines Hauses,
- * vereinfachende Abbilder eines Originals, wie etwa ein Modellflugzeug. ...

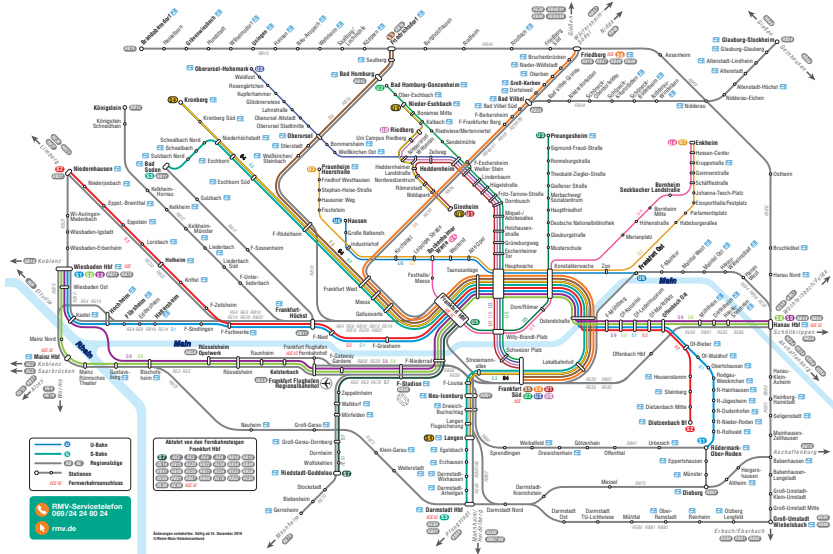
Beachte: Modelle sind meist **nicht** originalgetreu,

- sie heben bestimmte Eigenschaften hervor und lassen andere weg,
- Modelle müssen **vereinfachen**, um das komplexe Original besser zu verstehen!

Selbst Netz- und Fahrpläne!



Schnellbahnplan




U6

Richtung Bockenheimer Warte → Hauptwache → Konstablerwache → Zoo → Ostbahnhof



- Hausen
- Große Nelkenstraße
- Industriehof
- Kirchplatz
- Leipziger Straße
- Bockenheimer Warte
- Westend
- Alte Oper
- Hauptwache
- Konstablerwache
- Zoo
- Habsburgerallee
- Parlamentsplatz
- Eissporthalle/Festplatz
- Johanna-Tesch-Platz
- Ostbahnhof

Gültig ab 15.12.2019

Montag - Freitag	Samstag	Sonnt- und Feiertag
4 02 32	4 02 32	4 02 32
5 02 17 32 47	5 02 32	5 02 32
6 02 17 32 42 50 57	6 02 32 47	6 02 32
7 05 12 20 27 35 42 50 57	7 02 17 32 47	7 02 32
8 05 12 20 27 35 42 50 57	8 02 17 32 47	8 02 32 47
9 05 12 20 27 35 42 52	9 02 12 22 32 42 52	9 02 17 32 47
10 02 12 22 32 42 52	10 02 12 22 32 42 52	10 02 17 32 47
11 02 12 22 32 42 52	11 02 12 22 32 42 52	11 02 12 22 32 42 52
12 02 12 22 32 42 52	12 02 12 22 32 42 52	12 02 12 22 32 42 52
13 02 12 22 32 42 52	13 02 12 22 32 42 52	13 02 12 22 32 42 52
14 02 12 22 32 42 52	14 02 12 22 32 42 52	14 02 12 22 32 42 52
15 02 12 20 27 35 42 50 57	15 02 12 22 32 42 52	15 02 12 22 32 42 52
16 05 12 20 27 35 42 50 57	16 02 12 22 32 42 52	16 02 12 22 32 42 52
17 05 12 20 27 35 42 50 57	17 02 12 22 32 42 52	17 02 12 22 32 42 52
18 05 12 20 27 35 42 50 57	18 02 12 22 32 42 52	18 02 12 22 32 42 52
19 05 12 20 27 35 42 50	19 02 12 22 32 42 52	19 02 12 22 32 42 52
20 02 17 32 47	20 02 17 32 47	20 02 17 32 47
21 02 17 32 47	21 02 17 32 47	21 02 17 32 47
22 02 17 32 47	22 02 17 32 47	22 02 17 32 47
23 02 17 32 47	23 02 17 32 47	23 02 17 32 47
0 02 17 [■] 32	0 02 17 [■] 32	0 02 17 [■] 32
1 02 [■]	1 02 [■]	1 02 [■]

■ bis Johanna-Tesch-Platz


 RMV-Servicetelefon
069 / 24 24 80 24 rund um die Uhr

 MobilitätsZentrale
VerkehrsinSel An der Hauptwache, Frankfurt am Main

www.rmv-frankfurt.de

Warum reden wir beim Netz- und Fahrplan von Modellen?

- Im Netzplan der Frankfurter S- und U-Bahn wird beschrieben,
 - ▶ welche Haltestellen von welchen Linien angefahren werden und welche Umsteigemöglichkeiten es gibt.
 - ▶ Vernachlässigt werden genauere topografische Informationen wie Entfernung, genaue Lage oder Verlauf der Bahnstrecken.
- Ähnliches gilt für den Fahrplan der U6.

Warum sprechen wir Mathematik?

Ganz, ganz wichtig ist die

Fähigkeit einer präzisen Ausdrucksweise und sicheren Argumentation

bei der Analyse von Problemen.

- Dazu gehört auch das Verständnis und der souveräne Umgang mit mathematische Grundlagen und Beweistechniken.
- Aber wir treiben doch Informatik und keine Mathematik?

Ganz, ganz wichtig ist die

Fähigkeit einer präzisen Ausdrucksweise und sicheren Argumentation

bei der Analyse von Problemen.

- Dazu gehört auch das Verständnis und der souveräne Umgang mit mathematische Grundlagen und Beweistechniken.
- Aber wir treiben doch Informatik und keine Mathematik?

Aber gerade weil wir Informatik treiben, müssen wir **sicherstellen**, d.h.

beweisen,

dass unsere Systeme **funktionieren**!

Das ist aber paradox!

Wahr oder falsch?

- Pinocchios Nase wächst bekanntlich genau dann, wenn er lügt.
Pinocchio sagt, dass seine Nase wächst.

Lügt Pinocchio?

Wahr oder falsch?

- Pinocchios Nase wächst bekanntlich genau dann, wenn er lügt.
Pinocchio sagt, dass seine Nase wächst.

Lügt Pinocchio?

- Wir betrachten den Satz
Dieser Satz ist unwahr!
Ist dieser Satz wahr?

Wahr oder falsch?

- Pinocchio's Nase wächst bekanntlich genau dann, wenn er lügt.
Pinocchio sagt, dass seine Nase wächst.

Lügt Pinocchio?

- Wir betrachten den Satz
Dieser Satz ist unwahr!
Ist dieser Satz wahr?

Sich selbst referenzierende Aussagen können wahr, falsch oder

Wahr oder falsch?

- Pinocchio's Nase wächst bekanntlich genau dann, wenn er lügt.
Pinocchio sagt, dass seine Nase wächst.

Lügt Pinocchio?

- Wir betrachten den Satz
Dieser Satz ist unwahr!
Ist dieser Satz wahr?

Sich selbst referenzierende Aussagen können wahr, falsch oder widersprüchlich sein

Jede natürliche Zahl ist mit höchstens dreizehn Worten des Dudens definierbar!

Warum reichen 13 Worte für die Beschreibung jeder natürlichen Zahl n ?

- Beweis durch Widerspruch: Sei n die kleinste natürliche Zahl, die nicht mit höchstens dreizehn Worten definierbar ist.

²George Godfrey Berry (1867-1928) war Bibliothekar der Bodleian Library Oxfords

Jede natürliche Zahl ist mit höchstens dreizehn Worten des Dudens definierbar!

Warum reichen 13 Worte für die Beschreibung jeder natürlichen Zahl n ?

- Beweis durch Widerspruch: Sei n die kleinste natürliche Zahl, die nicht mit höchstens dreizehn Worten definierbar ist.
- Aber dann ist n definierbar durch die dreizehn Worte „*ist die kleinste natürliche Zahl, die nicht mit höchstens dreizehn Worten definierbar ist*“.

²George Godfrey Berry (1867-1928) war Bibliothekar der Bodleian Library Oxfords

Das Berry-Paradox²

Jede natürliche Zahl ist mit höchstens dreizehn Worten des Dudens definierbar!

Warum reichen 13 Worte für die Beschreibung jeder natürlichen Zahl n ?

- Beweis durch Widerspruch: Sei n die kleinste natürliche Zahl, die nicht mit höchstens dreizehn Worten definierbar ist.
- Aber dann ist n definierbar durch die dreizehn Worte „*ist die kleinste natürliche Zahl, die nicht mit höchstens dreizehn Worten definierbar ist*“.
- Die Annahme, dass 13 Worte nicht reichen, führt zu einem Widerspruch und das war zu zeigen.

Was ist passiert?

²George Godfrey Berry (1867-1928) war Bibliothekar der Bodleian Library Oxfords

Das Berry-Paradox²

Jede natürliche Zahl ist mit höchstens dreizehn Worten des Dudens definierbar!

Warum reichen 13 Worte für die Beschreibung jeder natürlichen Zahl n ?

- Beweis durch Widerspruch: Sei n die kleinste natürliche Zahl, die nicht mit höchstens dreizehn Worten definierbar ist.
- Aber dann ist n definierbar durch die dreizehn Worte „*ist die kleinste natürliche Zahl, die nicht mit höchstens dreizehn Worten definierbar ist*“.
- Die Annahme, dass 13 Worte nicht reichen, führt zu einem Widerspruch und das war zu zeigen.

Was ist passiert?

Unfug mit der Umgangssprache: Was bedeutet es definierbar zu sein?

²George Godfrey Berry (1867-1928) war Bibliothekar der Bodleian Library Oxfords